1.
$$y' + 0.15y = 4.5 \Leftrightarrow y' = -0.15y + 4.5$$

$$\Leftrightarrow y(t) = Ce^{-0.15t} - \frac{4.5}{-0.15}$$

$$\Leftrightarrow y(t) = Ce^{-0.15t} + 30$$
, avec $C \in \mathbb{R}$.

2.
$$f(0) = 0 \Leftrightarrow Ce^{0} + 30 = 0 \Leftrightarrow C = -30$$

Ainsi, pour tout réel $t \ge 0$, $f(t) = -30e^{-0.15t} + 30$.

3.
$$\lim_{t \to +\infty} -0.15t = -\infty$$
, donc $\lim_{t \to +\infty} e^{-0.15t} = 0$ et $\lim_{t \to +\infty} f(t) = 30$.

À partir d'un certain temps, la résistance à la compression de la dalle de béton est d'environ 30 MPa.

4.
$$f(t) \ge 12 \Leftrightarrow -30e^{-0.15t} + 30 \ge 12 \Leftrightarrow -30e^{-0.15t} \ge -18$$

$$\Leftrightarrow e^{-0.15t} \le \frac{18}{2} \Leftrightarrow e^{-0.15t} \le \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,15t} \leqslant \frac{18}{30} \Leftrightarrow e^{-0,15t} \leqslant \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-0.15t}) \le \ln\left(\frac{3}{5}\right) \Leftrightarrow -0.15t \le \ln\left(\frac{3}{5}\right)$$

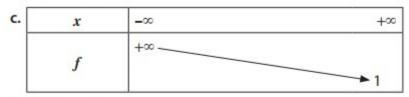
$$\Leftrightarrow t \ge -\frac{\ln\left(\frac{3}{5}\right)}{0,15}.$$

On a utilisé le fait que la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

De plus, $-\frac{\ln(0,6)}{0,15} \approx 3,41$, c'est donc après quatre jours de séchage qu'il sera possible de marcher sur la dalle.

$$3$$
 1. a. $f(0) = 4$

b.
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$



d.
$$f'(0) = -6$$
.

2. a. On résout l'équation différentielle sur R.

$$y' + 2y = 2 \Leftrightarrow y' = -2y + 2 \Leftrightarrow y(x) = Ce^{-2x} - \frac{2}{-2}$$

 $\Leftrightarrow y(x) = Ce^{-2x} + 1$, avec $C \in \mathbb{R}$.

De plus, on a:

$$f(0) = 4 \Leftrightarrow Ce^0 + 1 = 4 \Leftrightarrow C = 3$$
.

Ainsi, pour tout réel x, $f(x) = 3e^{-2x} + 1$.

b.
$$f(0) = 3e^0 + 1 = 4$$

$$\lim_{x \to +\infty} -2x = -\infty, \text{ donc } \lim_{x \to +\infty} e^{-2x} = 0 \text{ et } \lim_{x \to +\infty} f(x) = 1.$$

$$f'(x) = 3 \times (-2) \times e^{-2x} = -6e^{-2x}$$

Pour tout réel x, f'(x) < 0, donc la fonction f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

$$f'(0) = -6e^0 = -6$$